



Je comprends



VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

- Les expressions  $A = 5 + 3 \times x$  et  $B = 8 \times x$  sont-elles égales ?
- Les expressions  $C = 5 + x + x + 1$  et  $D = 2 + 2 \times x + 4$  sont-elles égales ?

1. ▶ ÉTAPE 1

On choisit une valeur pour  $x$  et on calcule les expressions  $A$  et  $B$ .

- Par exemple, pour  $x = 4$  :
- $A = 5 + 3 \times 4 = 5 + 12 = 17$  ;
  - $B = 8 \times 4 = 32$ .

▶ ÉTAPE 2

On compare les résultats obtenus. Comme  $17 \neq 32$ , les deux expressions ne sont pas toujours égales.

Un seul exemple suffit pour pouvoir affirmer que les deux expressions ne sont pas toujours égales.



2. ▶ ÉTAPE 1

On choisit une valeur pour  $x$  et on calcule les expressions  $C$  et  $D$ .

- Par exemple, pour  $x = 7$  :
- $C = 5 + 7 + 7 + 1 = 20$  ;
  - $D = 2 + 2 \times 7 + 4 = 20$ .

Les deux expressions donnent le même résultat lorsque  $x = 7$ . Est-ce toujours le cas ?



Des exemples (même nombreux) ne suffisent pas à prouver que l'égalité sera toujours vraie.

▶ ÉTAPE 2

On prouve l'égalité de façon générale.

- $C = 5 + x + x + 1 = 5 + 1 + x + x = 6 + 2 \times x$ .
- $D = 2 + 2 \times x + 4 = 2 + 4 + 2 \times x = 6 + 2 \times x$ .

Donc  $C = D$  pour n'importe quelle valeur de  $x$ .

Je m'entraîne

CALCULER RAISONNER

1 Activités rapides

- Les égalités suivantes sont-elles vraies ?
  - a.  $14 + 21 = 7 \times 5$
  - b.  $2 + 5x = 7x$
  - c.  $2x + 3x = 5x^2$
  - d.  $2x \times 3x = 6x^2$
- Trouver le nombre manquant pour que chaque égalité soit vraie :
  - a.  $8 \times 10 - 4 = 100 - \dots$
  - b.  $5x = 3x + \dots$

- Tester si l'égalité  $31 - x = 20 + x$  est vraie :
  - a. pour  $x = 1$
  - b. pour  $x = 2$
  - c. pour  $x = 3$

- Tester les égalités suivantes lorsque  $x = 3$  et  $y = 5$  :
  - a.  $5 \times x + 4 \times y = 40 - y$
  - b.  $6 \times x \times y - 2 \times y = (5 \times x + 1) \times y$
  - c.  $x + y = (y - x) \times 4$

- Prouver que les égalités suivantes ne sont pas toujours vraies :
  - a.  $6 \times x - 6 = 0$
  - b.  $4 \times (x + 1) = 4 \times x + 1$
  - c.  $2 \times x + 3 \times x = 6 \times x \times x$

5 Voici deux expressions :

- $A = 2 \times x + 1 + x + x$  et  $B = 2 + x \times x + 2$ .
- Calculer les expressions  $A$  et  $B$  lorsque  $x = 1$ .
  - Calculer les expressions  $A$  et  $B$  lorsque  $x = 3$ .



c.  $2 \times x + 1 + x + x = 2 + x \times x + 2$

Vrai ou faux ? Justifier la réponse.

6 Voici l'énoncé d'un exercice et la solution proposée par Paul :

Eléa s'est achetée 4 cahiers à 3,50 € chacun et une boîte de crayons à 2 €. Sa mère lui a donné 50 €.

Quelle somme d'argent Eléa doit-elle rendre à sa mère ?

Solution :  $4 \times 3,5 + 2 = 50 - 16 = 34$ .

Dans la solution écrite par Paul, quelles sont les égalités vraies et les égalités fausses ?

Je résous des problèmes simples

RAISONNER MODÉLISER CHERCHER

- Parmi les expressions suivantes, une seule est toujours égale à  $(x + 3) \times (x - 2)$ . Retrouver cette expression et justifier la réponse.

$x \times x + 3 \times x - 2$        $2 \times x + 1$   
 $x \times x - 6$        $x \times x + x - 6$

- Prouver que si  $x = 2$ , alors ce rectangle est un carré.



- Est-ce le cas pour n'importe quelle valeur de  $x$  ?

- Éric et Angélique choisissent ensemble un même nombre. Éric appuie sur les touches :

$\times 8 - 1 5 =$

alors qu'Angélique appuie sur les touches :

$\times 4 + 6 =$

À la fin de leurs calculs, Éric et Angélique obtiennent le même résultat.

- En nommant  $N$  le nombre choisi au départ, traduire les calculs d'Éric et d'Angélique par des expressions littérales, puis écrire l'égalité correspondante.
- Cette égalité est-elle toujours vraie ?
- Le nombre qu'ils ont choisi est compris entre 4 et 7, le retrouver.

D'après Banque de problèmes pour le collège.

- Parmi les expressions littérales suivantes, retrouver celles qui sont égales, puis donner une preuve de cette égalité :

- $A = 4x + 2x$
- $B = 6x^2$
- $C = 6x$
- $D = 2x \times 4x$
- $E = 7x - x$
- $F = 4 + 2x$
- $G = 8x^2$
- $H = x + x + x + x + x$
- $I = 8x$
- $J = 4 \times 2x$

- Voici deux programmes de calcul :

- Programme 1
- Choisir un nombre
  - Ajouter 13 et ajouter le nombre choisi
- Programme 2
- Choisir un nombre
  - Le multiplier par 2
  - Ajouter 7 et ajouter 6

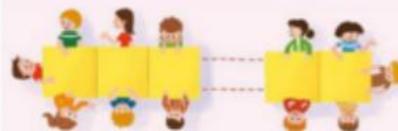
Les deux programmes donnent-ils toujours le même résultat final ?

- Les égalités suivantes sont-elles vraies ?

- a.  $(a + b)^2 = a^2 + b^2$
- b.  $x^2 = 2x$
- c.  $5 + 3x = 8x$
- d.  $3x + x = 4x$
- e.  $3x \times 2x = 6x^2$
- f.  $2y^2 = (2y)^2$

13 Les maths autour de moi

Dans une salle de classe, on dispose des tables carrées comme ci-dessous :



Le professeur Mathétic demande à ses élèves de trouver une formule permettant de calculer le nombre de places assises en fonction du nombre de tables (noté  $T$ ).

Joshua propose la formule suivante :

$3 + T - 2 + 3 + T - 2$

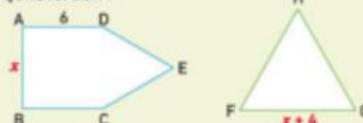
Lors de la correction en classe, le professeur propose une autre formule :  $2 \times T + 2$ .

- La formule de Joshua est-elle égale à celle du professeur ?
- La réponse de Joshua est-elle correcte ?
- Trouver une autre formule égale à celle du professeur.

14 TOP Chrono



Dans les figures ci-dessous, ADCB est un rectangle et les triangles CED et FHG sont équilatéraux :



- Faire les figures pour  $x = 2$ .
- Écrire deux expressions littérales permettant de calculer le périmètre du pentagone ADECB et celui du triangle FHG.
- Ces deux expressions sont-elles toujours égales ?

# Je résous des problèmes

## Objectifs 1 2 3

### 1 Tester une conjecture DOMAINE 3 DU SOCLE

#### Programme 1

- Choisir un nombre
- Multiplier par 0,4
- Ajouter 1,4
- Multiplier par 5
- Soustraire le double du nombre choisi

#### Programme 2

- Choisir un nombre
- Calculer son carré
- Ajouter 11
- Soustraire 6 fois le nombre choisi
- Multiplier par le nombre choisi
- Ajouter 1

Julie affirme : « J'ai testé ces deux programmes avec 1 et 2 et j'ai obtenu 7. Avec ces deux programmes, ça fera toujours 7. »

1. Vérifier les calculs de Julie, puis tester les deux programmes avec le nombre 3.

2. L'affirmation de Julie est-elle vraie ou fausse ?

### 2 Organiser les informations DOMAINE 4 DU SOCLE

Lisa est infirmière, elle doit calculer le débit  $D$  d'une perfusion en gouttes par minute. Elle utilise la formule :

$$D = \frac{dv}{60n}$$

où  $d$  est le facteur d'écoulement en gouttes par millilitre (mL) ;  $v$  le volume en millilitre de la perfusion et  $n$  le nombre d'heures que doit durer la perfusion.

1. Lisa veut doubler la durée d'une perfusion. Décrire avec précision la façon dont  $D$  évolue si  $n$  est doublé et si  $d$  et  $v$  ne changent pas.

2. Lisa doit aussi calculer le volume  $v$  de la perfusion en fonction du débit de perfusion  $D$ . Une perfusion d'un débit de 50 gouttes par minute doit être administrée à un patient pendant 3 heures. Pour cette perfusion, le facteur d'écoulement est de 25 gouttes par millilitre. Quel doit être le volume en mL de cette perfusion ?

*D'après PISA.*



Utilise une calculatrice ou un tableur pour tester différentes valeurs du volume.

### 3 Débattre DOMAINE 2 DU SOCLE

« Si on remplace  $x$  par un nombre entier,  $x^2 + \frac{120}{x}$  est toujours un nombre entier. »

Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?

### 4 Tester une conjecture DOMAINE 2 DU SOCLE

1. Si  $N \times N = N$ , combien vaut  $N + N$  ?

- Réponse  $\odot$  : 0
- Réponse  $\odot$  : 0 ou 1
- Réponse  $\odot$  : 0 ou 2
- Réponse  $\odot$  : 1 ou 2

2. Si  $N$  est un nombre entier, quelle expression ne donne que des nombres impairs ?

- Réponse  $\odot$  :  $N + 3$
- Réponse  $\odot$  :  $2N + 3$
- Réponse  $\odot$  :  $3N$
- Réponse  $\odot$  :  $N + 1$

### 5 Mettre en relation la géométrie et le numérique DOMAINE 1 DU SOCLE

On s'intéresse aux triangles ABC tels que :

– AC mesure 1 cm de plus que AB ;

– BC mesure 2 cm de plus que AB.

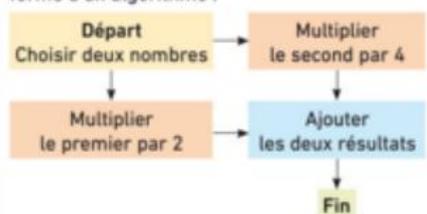
1. Tracer en vraie grandeur trois triangles différents de cette famille, puis calculer leurs périmètres.

2. En nommant  $L$  la longueur du côté [AB], écrire une formule qui donne le périmètre du triangle en fonction de  $L$ .

3. En nommant  $x$  la longueur du côté [AC], écrire une formule qui donne le périmètre du triangle en fonction de  $x$ .

### 6 Conjecturer

1. Voici un programme de calcul écrit sous la forme d'un algorithme :



Écrire une expression littérale correspondant à ce programme de calcul.

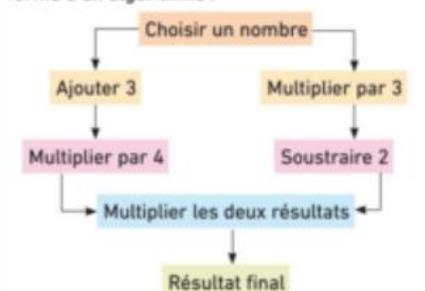
2. Si on choisit comme second nombre le double du premier, quelle conjecture peut-on faire sur le résultat final ?

3. Écrire les expressions suivantes sous la forme d'un algorithme :

- a.  $3 \times x + 2 \times y$
- b.  $x \times (y + 12)$

### 7 Tester, faire des essais DOMAINE 2 DU SOCLE

1. Voici un programme de calcul écrit sous la forme d'un algorithme :



Écrire une expression littérale correspondant à ce programme de calcul.

2. Johan a choisi un nombre entier et a obtenu 576 comme résultat final.

Retrouver le nombre de départ.

3. Écrire les expressions suivantes sous la forme d'un algorithme :

- a.  $2 \times x + 5$
- b.  $2 + x \times 5$
- c.  $(2 + x) \times 5$
- d.  $2 \times x + 5 \times x$

### 8 Sélectionner les informations utiles

Le métabolisme de base (MB en kcal) correspond aux besoins énergétiques indispensables de l'organisme. Pour le calculer, on peut utiliser les formules de Harris et Benedict où  $P$  est la masse en kilogramme,



$T$  la taille en mètre et  $A$  l'âge en année :

– pour les femmes :

$$MB = 9,74 \times P + 172,9 \times T - 4,737 \times A + 667,051;$$

– pour les hommes :

$$MB = 13,707 \times P + 492,3 \times T - 6,673 \times A + 77,607.$$

1.



À l'aide de ces formules, calcule ton métabolisme de base.

2. Calculer le métabolisme de base d'un homme de 35 ans qui mesure 192 cm et pèse 85 kg.

3. Si on grossit de 15 kg, le métabolisme de base va-t-il augmenter ou diminuer ? et si on vieillit de 10 ans ?

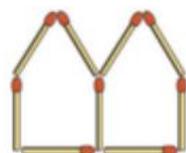
### 9 Traduire en langage mathématique DOMAINE 1 DU SOCLE

Charlotte fabrique des maisons avec des allumettes.

Elle fait une maison :



Elle fait deux maisons :



1. Combien lui faudra-t-il d'allumettes pour construire 5 maisons ?

2. Combien lui faudra-t-il d'allumettes pour construire 10 maisons ? 15 maisons ?

3. Combien lui faudra-t-il d'allumettes pour construire 1 345 maisons ainsi collées les unes aux autres ?

4. Écrire une formule qui permet de calculer le nombre d'allumettes nécessaires pour construire un nombre donné de maisons.

5. Combien peut-on faire de maisons avec 560 allumettes ?

### 10 Calculer en utilisant le langage algébrique DOMAINE 4 DU SOCLE

Voici une formule proposée par le professeur de mathématiques d'Azadeh :

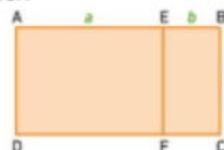
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

1. Tester cette égalité en prenant cinq valeurs différentes pour  $n$ .

2. Ces cinq essais suffisent-ils à prouver que cette égalité est toujours vraie ?

### 11 Modéliser DOMAINE 1 DU SOCLE

1. Écrire en fonction de  $a$ ,  $b$  et  $c$  l'aire du rectangle EBCF.



2. Écrire en fonction de  $a$ ,  $b$  et  $c$  l'aire du rectangle AEFD.

3. Écrire en fonction de  $a$ ,  $b$  et  $c$  l'aire du rectangle ABCD. Trouver plusieurs expressions différentes.

Je comprends



VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

1. Traduire ce programme de calcul par une expression littérale.

- Choisir un nombre
- Élever au carré
- Multiplier par -5
- Ajouter 13
- Multiplier par 2

2. Calculer le résultat obtenu si on choisit -2 comme nombre de départ.

1. ÉTAPE 1

On choisit une lettre pour désigner le nombre qui varie :  $N$  représentera le nombre choisi.

ÉTAPE 2

On écrit le programme de calcul en faisant attention aux parenthèses et aux priorités des opérations :

$$(-5N^2 + 13) \times 2$$

2. On écrit les signes  $\times$  sous-entendus :  
 $(-5N^2 + 13) \times 2 = (-5 \times N \times N + 13) \times 2$

On remplace  $N$  par sa valeur (-2) :

$$(-5 \times (-2) \times (-2) + 13) \times 2 = -14$$

En choisissant -2 au départ, on obtient -14 à la fin.

**Remarque**  
 On peut aussi faire le calcul en conservant les puissances :  $(-5 \times (-2)^2 + 13) \times 2 = -14$ .

Je m'entraîne

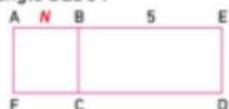
CALCULER MODÉLISER

1 Activités rapides

Calculer les expressions suivantes pour  $x = -2$  :

- a.  $2x$       b.  $7 + 5x$       c.  $x^2$   
 d.  $-x^2$       e.  $x^3$       f.  $4 - x$

2 La figure ci-dessous est composée du carré ABCF et du rectangle BEDC :



En utilisant la figure, préciser quelle longueur, quel périmètre ou quelle aire chacune des expressions ci-dessous permet de calculer :

- a.  $4N$       b.  $N(N + 5)$       c.  $N + 5$   
 d.  $N \times 5$       e.  $N + 5 + N + 5$       f.  $N^2 + 5N$   
 g.  $2(N + 5) + 2N$

3 Calculer l'expression  $4(10 - x)$  lorsque :

- a.  $x = 4,5$       b.  $x = -3$       c.  $x = \frac{2}{3}$

4 Calculer l'expression  $-x^2 - x$  lorsque :

- a.  $x = 6$       b.  $x = -10$       c.  $x = \frac{2}{7}$

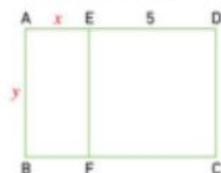
5 Calculer l'expression  $5x - (x^3 - 3x + y)$  lorsque :

- a.  $x = 3$  et  $y = 7$       b.  $x = -3$  et  $y = -8$

6 Calculer l'expression  $(a - b)^2 - a^2 + 2ab$  lorsque :

- a.  $a = 6$  et  $b = -4$       b.  $a = -2,4$  et  $b = 1,5$

7 Écrire au moins deux expressions différentes qui permettent de calculer l'aire du rectangle ADCB :



8 Associer chacun des programmes de calcul à l'expression littérale qui lui correspond :

- Choisir un nombre
  - Ajouter 8
  - Multiplier par 2
- $2x + 8$
- Choisir un nombre
  - Multiplier par 2
  - Ajouter 8
- $x + 8 \times 2$
- Choisir un nombre
  - Lui ajouter le produit de 8 par 2
- $2(x + 8)$

9 Les maths autour de moi

Le coefficient de marée, très utile aux marins, permet de prévoir la hauteur de l'eau suivant les marées. Il se calcule à l'aide de la formule suivante :

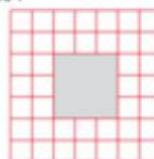
$$C = \frac{H}{2U}$$

$C$  est le coefficient de marée,  $H$  est la hauteur des vagues (en centimètre) par rapport au niveau moyen de la mer et  $U$  est égal à 5,67.



1. Quel est le coefficient de marée lorsque la hauteur des vagues est de 0,8 mètre ?
2. Lydie affirme que lorsque le coefficient de marée est de 100, les vagues sont à plus de 11 mètres par rapport au niveau moyen de la mer. A-t-elle raison ?

10 On fabrique des carrés de mosaïque de différentes tailles avec des petits carreaux en suivant ce modèle :



1. a. Le carré de mosaïque ci-dessus fait 7 carreaux de côté. Combien de petits carreaux ont été utilisés ?
- b. Combien de carreaux seraient nécessaires pour faire un carré de mosaïque de 5 carreaux de côté ?
2. Proposer une façon de calculer le nombre de carreaux nécessaires pour construire un carré de mosaïque de côté donné.
3. Écrire une expression littérale correspondant à cette façon de calculer.

CALCULER    RAISONNER    COMMUNIQUER    MODÉLISER

11 1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

$x$	0	-5	12	4,8
$-x^2 - x + 1$				

2. Est-ce un tableau de proportionnalité ?

12 Les égalités suivantes sont-elles toujours vraies ? Dans chaque cas, donner une preuve de la réponse donnée.

- a.  $a^2 + b^2 = (a + b)^2$       b.  $a^2 \times b^2 = (a \times b)^2$   
 c.  $3x + 5 - x = x + 4 + x + 1$       d.  $2 + 8x + x = 10x^2$

13 Les maths autour de moi

Pour connaître sa pointure de chaussures, il faut mesurer la longueur de son pied en centimètre, ajouter 1 et multiplier le résultat par 1,5.



1. Vérifier que cette méthode fonctionne sur soi.
2. Écrire une expression littérale correspondant à cette méthode de calcul de la pointure.
3. Que doit-on entrer dans la cellule B2 pour programmer le calcul sur un tableur ?



14 TOP Chrono



Le volume de cet aquarium sphérique peut se calculer à l'aide de la formule :

$$V = \frac{\pi h^2}{3}(3r - h), \text{ où } r \text{ est le rayon de l'aquarium et } h \text{ sa hauteur.}$$



1. Calculer le volume de l'aquarium sachant que celui-ci a une hauteur de 20 cm et un rayon de 12 cm.
2. Peut-on mettre 10 litres d'eau dans cet aquarium ?

Je comprends



VOIR LA VIDÉO [www.bordas-myriade.fr](http://www.bordas-myriade.fr)

Développer et réduire :

$$A = 7 - 4 \times (2x + 6) + 5x.$$

ÉTAPE 1

On commence par développer les produits, ici  $-4 \times (2x + 6)$ .

Cette expression est le produit de  $-4$  et de  $(2x + 6)$  qui est une somme.

En utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition, on obtient l'égalité suivante :

$$-4 \times (2x + 6) = -4 \times 2x + (-4) \times 6$$

On effectue les multiplications pour simplifier l'expression :

$$-4 \times 2 \times x + (-4) \times 6 = -8x - 24$$

On a donc :

$$A = 7 - 4 \times (2x + 6) + 5x = 7 - 8x - 24 + 5x$$

ÉTAPE 2

On réduit l'expression en regroupant les termes semblables en factorisant :

$$\begin{aligned} A &= 7 - 8x - 24 + 5x = -8x + 5x - 24 + 7 \\ &= (-8 + 5) \times x - 24 + 7 \\ &= -3x - 24 + 7 \\ &= -3x - 17 \end{aligned}$$

Donc  $A = -3x - 17$ .

Je m'entraîne

CALCULER

1 Activités rapides

Calcul mental

- a.  $101 \times 17$
- b.  $96 \times 5 + 4 \times 5$
- c.  $99 \times 13$
- d.  $5,4 \times 7 + 5,4 \times 3$
- e.  $1\,002 \times 14$
- f.  $8 \times 19 + 2 \times 19$
- g.  $98 \times 22$
- h.  $13 \times 103 - 3 \times 13$

2 Calculer sans calculatrice et de deux façons différentes les expressions suivantes :

- a.  $4 \times (7 + 5)$
- b.  $4 \times 3 + 5 \times 3$
- c.  $(8 + 5) \times 2$
- d.  $10 \times 7 - 7 \times 2$
- e.  $5 \times (8 - 2)$
- f.  $34 \times 20 - 14 \times 20$

3 Lorsque c'est possible, utiliser la distributivité pour développer les expressions suivantes. Si c'est impossible, expliquer pourquoi.

- a.  $5 \times (2x + 3)$
- b.  $5 + (2x + 3)$
- c.  $(5 + 2x) \times 3$
- d.  $4 \times (5x - 2)$
- e.  $4 \times (5x \times 2)$
- f.  $4 \times (3 \times x + 2)$

4 Calcul mental

Factoriser les expressions suivantes pour pouvoir effectuer les calculs mentalement :

- a.  $127 \times 57 + 127 \times 43$
- b.  $14 \times 3,5 + 6,5 \times 14$
- c.  $13 \times 2,6 - 13 \times 0,6$
- d.  $29 \times 201 - 29$

5 Lorsque c'est possible, utiliser la distributivité pour factoriser les expressions suivantes. Si c'est impossible, expliquer pourquoi.

- a.  $3 \times x + 3 \times 7$
- b.  $y \times 9 + y \times y$
- c.  $2,5x^2 - 0,3x^2$
- d.  $9 - 3 \times 4 \times N$
- e.  $3 \times x \times 4 \times x$
- f.  $x - x^2$

6 Développer et réduire les expressions suivantes si possible :

- a.  $4n + (3n + 1)$
- b.  $17 - 2 \times (-5 - x)$
- c.  $13k - (2k + 4) \times 10$
- d.  $8m + 4 + (-2m - 5)$
- e.  $(-2t + 1) - t$
- f.  $8(5x + 2) + 3$

Pour les exercices 21 à 23, réduire si possible les expressions en détaillant chaque étape du calcul. Si c'est impossible, expliquer pourquoi.

- 7 a.  $3x \times 5$
- b.  $3 + 5x$
- c.  $3x - 5x$
- d.  $3x + 5x^2$
- e.  $3x \times 5x^2$
- f.  $3 + x + 5 + x^2$
- g.  $3x^2 + 5x^2$
- h.  $-3x + 5x$
- i.  $-3 \times 5x$

- 8 a.  $2,4x \times 0,2$
- b.  $2,4 + 0,2x$
- c.  $2,4x - 0,2x$
- d.  $2,4x + 0,2x^2$
- e.  $2,4x \times 0,2x^2$
- f.  $2,4 + x + 0,2 + x^2$

- 9 a.  $\frac{2}{3}x + \frac{5}{4}x$
- b.  $\frac{2}{3}x \times \frac{5}{4}x$
- c.  $\frac{2}{3}x - \frac{5}{4}x$
- d.  $\frac{2}{3}x^2 + \frac{5}{4}x$
- e.  $\frac{2}{3}x^2 \times \frac{5}{4}x$
- f.  $\left(\frac{2}{3}x\right)^2$

10 Développer et réduire les expressions suivantes :

- a.  $13 + (x - 6)$
- b.  $-5 - (4 - 2x)$
- c.  $10 - (x + 3) + (-3x + 6)$
- d.  $(5 + 2x) - (-7 - 7x)$
- e.  $x - 8 - (2 + 4x - (9 - 5x))$

Je résous des problèmes simples

REPRÉSENTER CALCULER RAISONNER COMMUNIQUER

11 Étienne a développé et simplifié une expression littérale. Il a obtenu :

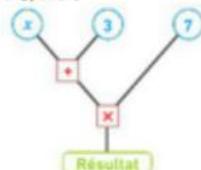
$$B = 4x^2 - 12x^3$$

Retrouver l'expression de départ sachant que le professeur d'Étienne a jugé sa réponse correcte. Il y a plusieurs possibilités, en trouver au moins cinq différentes.

12 Calculer à la main en écrivant les calculs intermédiaires si nécessaire :

- a.  $6 \times (x + 3) + 4x - 18$  lorsque  $x = 12,384$  ;
- b.  $4,5x + 22,3x + 73,2x + 1$  lorsque  $x = -4,7$ .

13 L'arbre à calcul ci-dessous correspond à l'expression  $(x + 3) \times 7$  :



1. Réaliser un arbre pour chacune des expressions suivantes :

- a.  $5x + 9$
- b.  $5(x + 9)$
- c.  $x^2 - 1$
- d.  $(x - 1)^2$

2. Chacune des expressions ci-dessus est-elle une somme ou un produit ?

14 Les expressions suivantes sont-elles des sommes ou des produits ?

- a.  $5x + 9$
- b.  $5(x + 9)$
- c.  $(x + 9)^2$
- d.  $3 \times x + x \times x$



Regarde la dernière opération à effectuer !

15 Parmi les expressions suivantes, retrouver celles qui sont égales. Donner une preuve.

- $6x + 12$
- $7x + 5 - (x - 7)$
- $x + 5(x + 2) + 2$
- $2(2 + 3x)$
- $6x + 4$
- $5x + 7$
- $3(2x + 4)$
- $6(x + 2)$

16 Les maths autour de moi

Pour la kermesse de l'école, chacune des 5 classes doit présenter un chant de 3 minutes et enchaîner avec une petite pièce de théâtre de 16 minutes.

Il est prévu un temps de 2 minutes entre chaque classe.

Combien de temps le spectacle durera-t-il si les contraintes prévues sont respectées ?

1. Résoudre ce problème de plusieurs façons différentes.
2. Écrire chaque solution à l'aide d'une seule expression.

17 Les maths autour de moi

Pour sa maison de campagne, Jean-Claude souhaite acheter cinq fenêtres de rénovation et trois panneaux solaires. Un artisan lui fait le devis suivant :

- fenêtre de rénovation : 168 € hors taxes par unité ;
- panneau solaire petit format : 1 200 € hors taxes par unité.



1. Calculer le prix toutes taxes comprises que paiera Jean-Claude avec une TVA à 20 %.
2. Trouver au moins deux façons de calculer ce prix.

18 TOP Chrono



Développer et réduire les expressions suivantes :

- a.  $4 + (x - 3) \times 5$
- b.  $2x(x + 1) - x$
- c.  $-(4 - x) \times 2$
- d.  $3 \times (5x \times 2) + 4$
- e.  $3 \times x + x \times 2x + 3 \times 4 + 2x \times 4$

# Je résous des problèmes

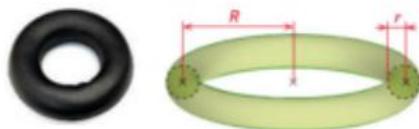
Objectifs 4 5 6

## 1 Prouver ou réfuter une conjecture

DOMAINE 3 DU SOCLE

Le volume d'une chambre à air peut se calculer à l'aide de la formule suivante :

$$2\pi^2 \times r^2 \times R$$



1. Calculer le volume d'une chambre à air pour laquelle  $R = 80$  cm et  $r = 15$  cm.

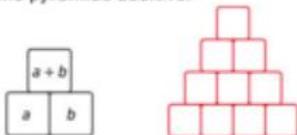
2. Si on double le rayon de la chambre ( $R$ ), que se passe-t-il pour le volume ? Donner une preuve.

3. Si on double l'« épaisseur » ( $r$ ), que se passe-t-il pour le volume ? Donner une preuve.

## 2 Prouver ou réfuter une conjecture

DOMAINE 3 DU SOCLE

Voici une pyramide additive.



1. Comment doit-on placer les nombres 24 ; 7 ; 53 et 19 à la base de cette pyramide pour obtenir le plus grand résultat possible au sommet ? Donner une preuve.

2. Quels nombres peut-on placer à la base pour obtenir 250 au sommet ?

## 3 Analyser une copie d'élève

Kévin a fait cet exercice : « Développer et réduire l'expression suivante :  $A = 5 \times (2x + 4)$ . »

Voici sa réponse :



Est-elle correcte ? Si oui, justifier chaque étape du calcul effectué ; si non, le prouver puis résoudre l'exercice.

## 4 Calculer

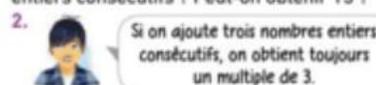
DOMAINE 4 DU SOCLE

Sachant que  $8x - 8y = 80$ , calculer  $5 \times (x - y)$ . Justifier la réponse en détaillant les calculs effectués.

## 5 Débattre

DOMAINE 3 DU SOCLE

1. Peut-on obtenir 15 en additionnant trois nombres entiers consécutifs ? Peut-on obtenir 13 ?

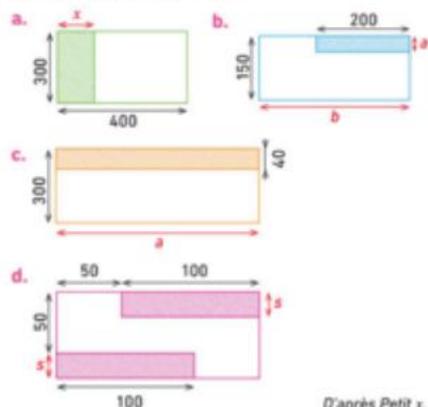


Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?

## 6 Exprimer une grandeur en fonction d'une autre

DOMAINE 1 DU SOCLE

Dans chacun des cas, écrire une expression littérale qui donne l'aire de la partie colorée à l'aide des dimensions données :

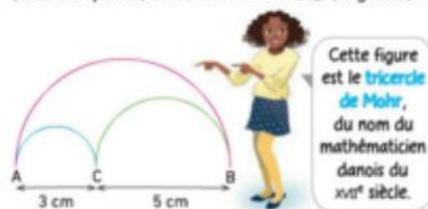


D'après Petit x.

## 7 Raisonner

DOMAINE 2 DU SOCLE

1. Dans la figure ci-dessous, quelle est la longueur la plus courte : l'arc de cercle  $\widehat{AC}$  puis  $\widehat{CB}$  (les deux petits) ou l'arc de cercle  $\widehat{AB}$  (le grand) ?



Cette figure est le **tricerclé de Mohr**, du nom du mathématicien danois du **XVI<sup>e</sup> siècle**.

2. Si on change les longueurs AC et CB, quelle sera la longueur la plus courte : l'arc de cercle  $\widehat{AC}$  puis  $\widehat{CB}$  (les deux petits) ou l'arc de cercle  $\widehat{AB}$  (le grand) ?

Faire une conjecture, puis donner une preuve.

## 8 Traduire un algorithme en langage mathématique

Voici un algorithme réalisé avec Scratch :



1. Aloé a choisi 10 comme nombre initial. Quel sera le résultat final ?

2. Traduire cet algorithme par une expression littérale.

3. Réduire cette expression et proposer une modification de l'algorithme pour qu'il soit plus rapide.

## 9 Modéliser

DOMAINE 5 DU SOCLE

Le prix normal de vente des articles MP3 inclut une marge de bénéfice de 37,5 %. Le prix sans cette marge est appelé « prix de gros ».

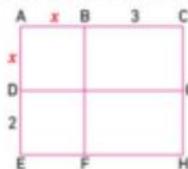
Les formules ci-dessous présentent-elles une relation correcte entre le prix de gros (noté  $G$ ) et le prix de vente (noté  $V$ ) ? Justifier la réponse.

- Formule n° 1 :  $V = G + 0,375$
- Formule n° 2 :  $G = V - 0,375V$
- Formule n° 3 :  $V = 1,375G$
- Formule n° 4 :  $G = 0,625V$

D'après PISA.

## 10 Résoudre un problème ouvert

Trouver le plus d'expressions différentes permettant de calculer l'aire du rectangle ACHE :



## 11 Calculer

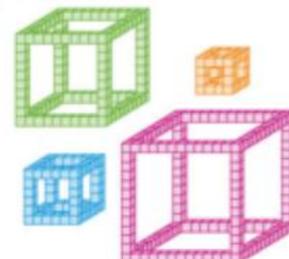
DOMAINE 4 DU SOCLE

On donne  $P = b - (2c + 10)$  ;  $Q = 2c - a$  et  $R = a - (b - 10)$  où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des nombres non fixés. Montrer que  $P + Q + R$  est toujours égal au même nombre.

## 12 Rechercher

DOMAINE 2 DU SOCLE

En jouant avec des petits cubes, Louis fabrique des grands cubes comme ci-dessous :



Écrire une formule qui donne le nombre de petits cubes nécessaires à la fabrication d'un grand cube en fonction du nombre de petits cubes sur le côté.

## 13 Calculer en utilisant le langage algébrique

Dans un carré magique, la somme des nombres en ligne, en colonne et en diagonale est la même. Recopier et compléter ce carré pour qu'il soit magique pour n'importe quelle valeur de  $a$  et de  $b$  :

$a$	$b$	$a + 3$
$a + 5$	$a + 6$	$a + 8$
$b - 4$	$a + 10$	$a + 4$
	$a + 1$	

D'après Petit x.

## 14 Débattre

DOMAINE 3 DU SOCLE

Dans cette figure, les cercles sont tangents.



Deux cercles sont tangents s'ils ont un seul point commun.

1. Vadim dit : « Le périmètre du grand cercle est le double du périmètre du petit cercle. » Vrai ou faux ? Donner une preuve.

2. Sonia dit : « L'aire du grand disque est quatre fois plus grande que celle du petit disque. » Vrai ou faux ? Donner une preuve.

### Aide

- Périmètre du cercle de rayon  $r$  :  $2\pi r$ .
- Aire d'un disque de rayon  $r$  :  $\pi r^2$ .

Je comprends



VOIR LA VIDÉO : www.bardas-myriade.fr

1. Développer et réduire  $(3x - 4)(-6 + 2x)$ .

1. Développer une expression, c'est transformer les produits de l'expression en somme. L'expression  $(3x - 4)(-6 + 2x)$  est un produit de deux facteurs,  $(3x - 4)$  et  $(-6 + 2x)$   
 $(3x - 4)(-6 + 2x)$   
 $= 3x \times (-6) + 3x \times 2x + (-4) \times (-6) + (-4) \times 2x$   
 $= -18x + 6x^2 + 24x - 8x$   
 $= 6x^2 - 26x + 24.$

2. Factoriser l'expression  $9 - 4x^2$ .

2. Factoriser une expression, c'est l'écrire sous la forme d'un produit.  $9 - 4x^2$  est une différence. En écrivant  $9 - 4x^2$  sous la forme  $3^2 - (2x)^2$ , on reconnaît l'identité remarquable :  
 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ,  
 avec  $a = 3$  et  $b = 2x$ .  
 On a donc  $9 - 4x^2 = (3 + 2x)(3 - 2x)$ .

Je m'entraîne

CALCULER

1 Activités rapides

Utiliser les identités remarquables pour calculer mentalement.

- a.  $25^2 - 15^2$
- b.  $26 \times 34$
- c.  $201^2 - 199^2$
- d.  $102 \times 98$
- e.  $48^2 - 47^2$
- f.  $33 \times 27$
- g.  $3,5^2 - 0,5^2$
- h.  $2,8 \times 3,2$

2 1. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	9x	-3
5x		
+4		

2. Donner l'expression développée réduite de :  
 $(9x - 3)(5x + 4)$

3 Développer et réduire les expressions suivantes :

- a.  $(x - 1)(2x + 5)$
- b.  $(4 - 2x)(5x - 9)$
- c.  $(-x + 1)(x - 1)$
- d.  $(-3 - 2x)(-6 - 3x)$

4 Développer et réduire les expressions suivantes :

- a.  $4 - 2x(3x + 5)$
- b.  $(-4 \times 3x)(x \times 9)$
- c.  $(3x + 9)^2$
- d.  $(7x - 8)(4x - 6) + 10$

5 Calcul mental

Effectuer les calculs suivants sans calculatrice et en effectuant toutes les étapes intermédiaires mentalement.

- 1. Calculer  $39^2$  en développant  $(40 - 1)^2$ .
- 2. Calculer de la même façon :
- a.  $99^2$
- b.  $29^2$
- c.  $195^2$

6 Calcul mental

Effectuer les calculs suivants sans calculatrice et en effectuant toutes les étapes intermédiaires mentalement.

- 1. Calculer  $42^2$  en développant  $(40 + 2)^2$ .
- 2. Calculer de la même façon :
- a.  $103^2$
- b.  $31^2$
- c.  $24^2$

7 Recopier et compléter les égalités suivantes :

- a.  $(x + \dots)^2 = \dots + \dots + 16$
- b.  $(\dots - 5)^2 = 100x^2 - \dots + \dots$
- c.  $(2x + \dots)^2 = \dots + 12x + \dots$
- d.  $(x - \dots)(x + \dots) = \dots - 16$
- e.  $(\dots + 1)(\dots - 1) = 49x^2 - \dots$

8 Développer les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables :

- a.  $(x + 4)^2$
- b.  $(x - 5)^2$
- c.  $(1 + 3x)(1 - 3x)$
- d.  $(5 + 2x)(-2x + 5)$

9 Développer les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables :

- a.  $(x + 6)^2$
- b.  $(x - 3)^2$
- c.  $(4 + 8x)^2$
- d.  $(6 - 2x)^2$
- e.  $(5 + 9x)(5 - 9x)$
- f.  $(7 + 4x)(-4x + 7)$

10 Factoriser les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables :

- a.  $25 - x^2$
- b.  $x^2 + 2x + 1$
- c.  $49x^2 - 100$
- d.  $4x^2 - 12x + 9$
- e.  $16x^2 - 16$
- f.  $64 - 48x + 9x^2$

Je résous des problèmes simples

COMMUNIQUER CALCULER MODÉLISER

11 Associer chaque expression développée à l'expression factorisée qui lui est égale.

- $3x^2 - 11x + 10$
- $3x^2 - 13x - 10$
- $3x^2 + 13x - 10$
- $3x^2 + 11x + 10$
- $(3x + 5)(x + 2)$
- $(x - 5)(3x + 2)$
- $(x + 5)(3x - 2)$
- $(3x - 5)(x - 2)$

12 Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Soustraire 2
- Multiplier le résultat par la somme du nombre choisi et de 3
- Ajouter 6 au résultat
- Soustraire le carré du nombre choisi

1. Selon Étienne, on retrouve toujours le nombre de départ à la fin du programme. Faire le test en choisissant  $-6$  comme nombre de départ, puis refaire les calculs en prenant  $\frac{4}{7}$  comme nombre de départ.  
 2. Prouver que l'affirmation d'Étienne est vraie.

13 Calcul mental

Soit :  
 $A = 3\ 000\ 214 \times 3\ 000\ 215 - 3\ 000\ 213 \times 3\ 000\ 216$ .

1. Étienne n'a pas de calculatrice pour calculer A et il n'a pas vraiment envie de le faire à la main... Pour simplifier ce calcul, il a nommé N le nombre 3 000 215 et écrit l'égalité suivante :  
 $A = (N - 1) \times N - (N - 2) \times (N + 1)$   
 Justifier cette égalité.

2. Développer et réduire cette expression littérale, puis donner le résultat du calcul.

3. a. Étodie a aussi utilisé une expression littérale pour simplifier le calcul, mais c'est 3 000 214 qu'elle a nommé x. Écrire l'expression littérale correspondant au calcul d'Élodie.  
 b. Trouvera-t-elle le même résultat qu'Étienne ?

14 Voici le cahier de Samy :

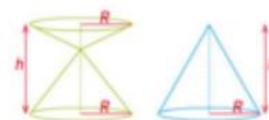
$$(2x + 5) \times (\dots) = 6x^2 + 33x + 45$$

Retrouver l'expression sous la tache.

15 Recopier et compléter le tableau suivant. S'il y a plusieurs possibilités, les donner.

x		
	$12x^2$	$-24x$
		$-40$

16 Ces deux solides ont le même rayon pour leur disque de base et la même hauteur.



Quel solide a le plus grand volume ?

17 Les maths autour de moi

L'énergie liée à la vitesse est appelée « énergie cinétique ». Quand une voiture en percute une autre, l'énergie cinétique accumulée va contribuer aux dégâts en déformant la voiture. On peut calculer cette énergie E à l'aide de la formule :

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

avec E l'énergie cinétique exprimée en joule, m la masse en kilogramme et v la vitesse en mètre par seconde.

- 1. De combien augmente cette énergie si on double la vitesse ?
- 2. Exprimer, en fonction de m et de v, l'augmentation de l'énergie si on augmente la vitesse de 20 m/s.

18 TOP Chrono



Vrai ou faux ?

- Proposition 1 : « Pour tous les nombres a et b, on a l'égalité  $(a - b)(a + b)(a + b) = a^3 - b^3$ . »
- Proposition 2 : « Pour tous les nombres a et b, on a l'égalité  $a^2 = 4 + (a + 2)(a - 2)$ . »