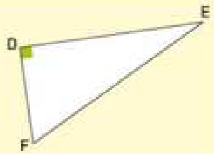
objectif 14 Caractériser le triangle rectangle par l'égalité de Pythagore

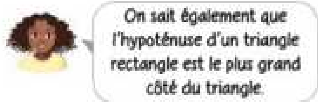
Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

On considère le triangle DEF rectangle en D.
1. Nommer l'hypoténuse du triangle.
2. Écrire l'égalité de Pythagore dans le triangle DEF.



1. L'hypoténuse du triangle DEF est le côté [EF] car c'est le côté opposé à l'angle droit.



2. Dans la formule, on commence par écrire le carré de l'hypoténuse...

$EF^2 = DF^2 + DE^2$

... qui est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Je m'entraine

CALCULER

1 Activités rapides

Calculer les nombres suivants.

a. 3^2 b. 10^2 c. 9^2
d. $4^2 + 5^2$ e. $7^2 + 3^2$ f. $9^2 + 6^2$

2 Calcul mental

Calculer les nombres suivants.

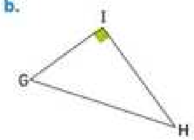
a. 4^2 b. 8^2 c. $3^2 + 9^2$

3 À l'aide de la calculatrice, calculer les nombres suivants.

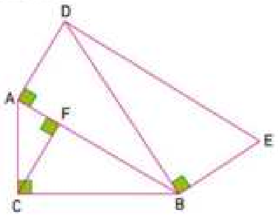
$A = 19^2 + 4{,}7^2$ $B = 6{,}9^2 + 11{,}01^2$
$C = 4{,}75^2 - 3{,}1^2$ $D = 60^2 - 30^2$

4 Nommer l'hypoténuse de chaque triangle rectangle.

a. 

b. 

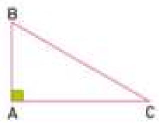
5 Trouver tous les triangles rectangles dans la figure ci-dessous. Pour chacun d'eux, nommer son hypoténuse.



6 1. Quelle est l'hypoténuse du triangle rectangle ABC : [AB], [AC] ou [BC] ?

2. Recopier et compléter l'égalité de Pythagore à l'aide des longueurs AB et AC : $...^2 = BC^2 + ...^2$.

7 Recopier et compléter l'égalité de Pythagore à l'aide des longueurs BC et AC du triangle ci-contre :
$...^2 = ...^2 + AB^2$.

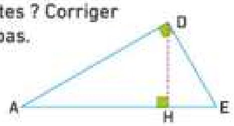


Je résous des problèmes simples

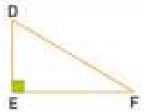
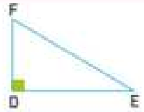
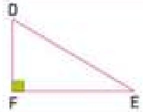
MODÉLISER RAISONNER COMMUNIQUER

8 Sarah a écrit différentes égalités de Pythagore pour la figure ci-dessous.
Lesquelles sont exactes ? Corriger celles qui ne le sont pas.

a. $AD^2 = AE^2 + DE^2$
b. $DE^2 = DH^2 + EH^2$
c. $DH^2 = AH^2 + AD^2$

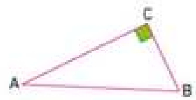


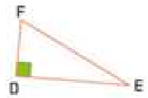
9 Associer à chaque triangle rectangle l'égalité de Pythagore correspondante.

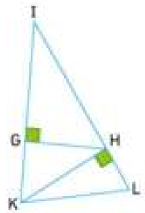
	$DE^2 = DF^2 + EF^2$
	$DF^2 = DE^2 + EF^2$
	$EF^2 = DE^2 + DF^2$

10 Recopier et compléter le tableau suivant en s'aidant de l'exemple du triangle ABC.

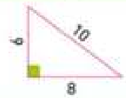
Triangle rectangle	ABC	DEF	GHI	KLH
Hypoténuse	AB			HK
Carré de l'hypoténuse	AB^2			
Somme des carrés des deux autres côtés	$BC^2 + AC^2$			
Égalité de Pythagore	$AB^2 = BC^2 + AC^2$			







11 La copie de Léopold a été tachée d'encre par sa voisine.
Pour chaque triangle rectangle, recopier et compléter l'égalité de Pythagore à l'aide des bonnes valeurs.

	$26^2 = ...^2 + ...^2$
	$...^2 = 12^2 + ...^2$
	$...^2 = ...^2 + 8^2$

12 1. Construire un triangle rectangle vérifiant l'égalité de Pythagore suivante :
$$MO^2 = MP^2 + PO^2.$$
2. Même question pour l'égalité $CS^2 = CD^2 + DS^2$.

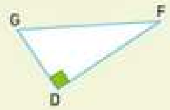
13 Les maths autour de moi

Expliquer la démarche du garçon.

14 TOP Chrono 5 min

Pour chacun des triangles rectangles, écrire l'égalité de Pythagore correspondante.

a. 

b. 

objectif 15 Calculer une longueur d'un côté d'un triangle rectangle

Je comprends

VOIR LA VIDÉO : www.bordas-myriade.fr

Le triangle CDE est un triangle rectangle en C tel que CE = 5 cm et ED = 8 cm.
Calculer la longueur CD arrondie au dixième de centimètre près.

▶ **ÉTAPE 1**
On commence par réaliser une figure à main levée.

▶ **ÉTAPE 2**
Le triangle CDE est rectangle en C.
On peut donc **appliquer le théorème de Pythagore**.

Son hypoténuse est le côté [ED], donc :
$ED^2 = CE^2 + CD^2$
$8^2 = 5^2 + CD^2$
$64 = 25 + CD^2$
$CD^2 = 64 - 25$
$CD^2 = 39$

▶ **ÉTAPE 3**
On peut obtenir une valeur approchée de CD en utilisant la touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice.
Calculatrice 12

On peut donc dire que CD ≈ 6,2 cm.

Je m'entraine

CALCULER — REPRÉSENTER

1 Activités rapides

1. Calculer les racines carrées suivantes.
a. $\sqrt{16}$ b. $\sqrt{121}$ c. $\sqrt{3,6}$

2. Dans chaque cas, calculer la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les deux autres côtés ont pour mesure les longueurs indiquées.
a. 3 cm et 4 cm b. 8 cm et 6 cm
c. 5 cm et 12 cm d. 30 cm et 40 cm

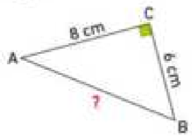
2 Dans chaque cas, trouver le nombre x.
a. $x^2 = 81$ b. $x^2 = 9$
c. $x^2 = 6,4$ d. $x^2 = 4,9$

3 Dans chaque cas, donner une valeur arrondie au centième du nombre positif x.
a. $x^2 = 13$ b. $x^2 = 45$
c. $x^2 = 65,8$ d. $x^2 = 6,9$

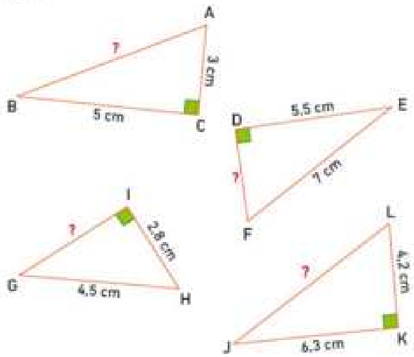
4 Dans chaque cas, donner une valeur arrondie au dixième de la longueur du segment [AB].
a. $AB^2 = 5$ b. $AB^2 = 14,53$
c. $AB^2 = 85,91$ d. $AB^2 = 56,46$

5 1. Construire le triangle MNP rectangle en M tel que MN = 6 cm et MP = 4,5 cm.
2. Calculer la longueur NP.

6 Calculer la longueur du troisième côté de ce triangle rectangle.



7 Pour chacun des triangles rectangles ci-dessous, calculer la longueur du troisième côté en donnant une valeur approchée au dixième de centimètre près.



Je résous des problèmes simples

MODÉLISER — CALCULER — COMMUNIQUER

8 Calculer la longueur des diagonales d'un carré de côté 8 cm. On donnera une valeur approchée au dixième de centimètre près.

9 1. Construire un triangle PIF isocèle en I tel que PI = 6 cm et PF = 7 cm.
2. Prouver que la hauteur du triangle issue de I coupe [PF] en son milieu.
3. Calculer la longueur de cette hauteur arrondie au millimètre.
4. En déduire une valeur approchée de l'aire du triangle PIF.

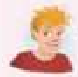
10 Les maths autour de moi

Le terrain de football du village de Romain est un rectangle de dimensions 110 m sur 80 m.
Pour s'échauffer, l'entraineur de Romain demande aux joueurs de faire un sprint sur la diagonale du terrain.
Quelle distance les joueurs parcourent-ils ?

11 Les maths autour de moi

L'écran 16/9 de Juliette a une longueur de 48 cm.

1. Calculer sa largeur.
2. Peut-elle affirmer qu'il s'agit d'un écran 20 pouces (écran dont la diagonale mesure environ 20 pouces) ?

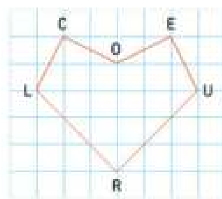


12 Les maths autour de moi

Pour l'anniversaire d'Émilie, ses amis vont lui faire une surprise en organisant une fête dans la salle communale.
La salle, de forme rectangulaire, a pour dimensions 12 m sur 7 m. Ses amis prévoient d'accrocher une grande banderole marquée « Joyeux anniversaire Émilie » qui traversera toute la salle d'un coin à l'autre en suivant la diagonale. Quelle longueur doivent-ils prévoir au minimum pour la banderole ?

13 1. Calculer la hauteur d'un triangle équilatéral de côté de longueur 5 cm. On donnera une valeur approchée au dixième de centimètre près par défaut.
2. En déduire une valeur arrondie au dixième de l'aire de ce triangle exprimée en cm².

14 En prenant comme unité le côté d'un carreau, calculer le périmètre du polygone LCOEUR.
On donnera un arrondi au dixième du résultat.



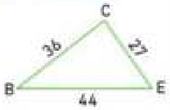
15 TOP Chrono 15 min

Calculer un arrondi au millimètre de l'hypoténuse d'un triangle dont les côtés de l'angle droit ont pour mesure les longueurs indiquées.
a. 6 cm et 8 cm b. 15 cm et 20 cm
c. 50 cm et 120 cm d. 2,5 cm et 6 cm

Objectifs 14 15 16

1 Corriger une démonstration DOMAINE 1 DU SOCLE

Le professeur de Joan a demandé de démontrer que le triangle BEC n'est pas rectangle.



Que peut-on penser de la manière dont Joan rédige la solution ?

On vérifie l'égalité de Pythagore
pour le triangle BEC :
$BE^2 = CB^2 + CE^2$
$44^2 = 36^2 + 27^2$
$1\,936 = 1296 + 729$
$1\,936 = 2\,025$
Donc le triangle BEC n'est pas rectangle.

2 Corriger une démonstration DOMAINE 3 DU SOCLE

Dans cet exercice, il est demandé de prouver que le triangle ABC est rectangle.

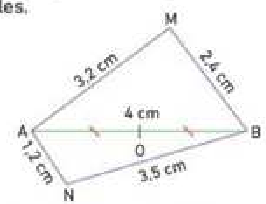
Voici le raisonnement d'Ibrahim.

Appliquons l'égalité de Pythagore
dans le triangle ABC :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$13^2 = 12^2 + AC^2$
$169 = 144 + AC^2$
$AC^2 = 169 - 144 = 25$
$AC = 5$ cm
Or $BC^2 = 13^2$ et $AB^2 + AC^2 = 12^2 + 5^2$
$= 169$ $= 144 + 25$
$= 169$
Donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
Et donc le triangle ABC est bien rectangle en A.

Que peut-on penser du raisonnement d'Ibrahim ?

3 Conjecturer une propriété

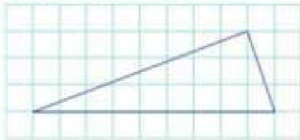
1. Démontrer que les triangles MAB et NAB sont rectangles.



2. Tracer le cercle de centre O et passant par A. Que constate-t-on ?

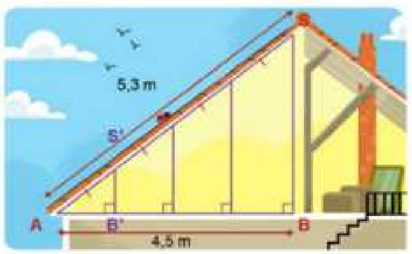
4 Utiliser un quadrillage DOMAINE 1 DU SOCLE

Le triangle est-il rectangle ? Expliquer et effectuer tous les calculs nécessaires.



5 Utiliser la proportionnalité DOMAINE 2 DU SOCLE

Une petite coccinelle du nom de Mireille monte le long d'un toit toujours à la même vitesse, comme schématisé ci-dessous.
Elle part du bas du toit, en A, pour arriver au sommet S.



1. Calculer la hauteur du toit SB.

2. À quelle hauteur S'B' du bas du toit Mireille se trouve-t-elle lorsqu'elle a parcouru le quart du chemin ?

3. Même question lorsqu'elle a parcouru les trois quarts du chemin.

4. En supposant que Mireille avance à la vitesse de 1,1 cm/s, combien de temps lui faudra-t-elle pour arriver en haut du toit ?

6 Calculer des dimensions réelles DOMAINE 2 DU SOCLE

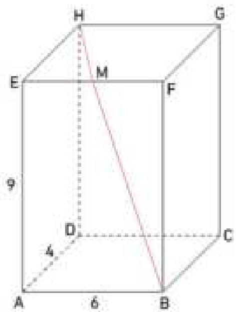
La petite maison de Cindy est représentée ci-dessous. Elle peut être assimilée à un parallélépipède rectangle surmonté d'un prisme dont la base est un triangle isocèle.

Calculer la hauteur de la maison de Cindy.

7 Déterminer le plus court chemin

Le parallélépipède rectangle représenté est tel que AB = 6 cm, AD = 4 cm et AE = 9 cm.

1. On place un point M sur l'arête [EF] tel que EM = 3 cm.
Calculer le chemin formé des segments [HM] et [MB] représenté en rouge sur le parallélépipède.



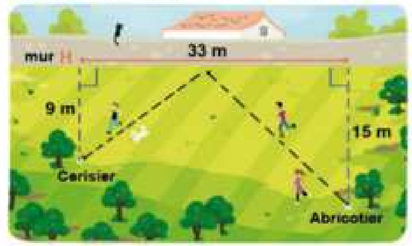
2. Parmi les chemins reliant H et B sur le parallélépipède, peut-on penser que le chemin rouge est le plus court ?

3. Réaliser un patron du parallélépipède permettant de vérifier si la conjecture émise à la question **2.** est juste.

4. Calculer la longueur du chemin le plus court reliant H et B, puis conclure.

8 Raisonner sur des distances DOMAINE 5 DU SOCLE

Antonia, Claudia et Romain courent dans le verger de leur grand-père. Ils s'amusent à rejoindre le plus rapidement possible le cerisier en partant de l'abricotier et en touchant le mur.
Le chemin de la course et les distances sont schématisés sur le dessin ci-dessous.



1. Pour augmenter les chances de gagner, il faut que le chemin de la course soit le moins long possible.
À quelle distance du point H peut-on penser qu'il faut toucher le mur pour que le chemin soit le moins long possible ?
Faire une figure à l'échelle dans ce cas et calculer la longueur du chemin.

2. Romain a une idée géniale : il trace le symétrique du cerisier par rapport au mur.
Expliquer pourquoi le chemin de la course le moins long possible est égal à la distance séparant l'abricotier du symétrique du cerisier.

3. Calculer la longueur séparant l'abricotier du symétrique du cerisier et en déduire la longueur du chemin le plus court possible.

4. Comparer ce résultat à celui conjecturé dans la question **1.**

9 Étudier un alignement

Soit le triangle SUN rectangle en N tel que NU = 8 cm et NS = 6 cm. LYNX est un carré de côté de longueur 3,4 cm tel que X ∈ [NU] et Y ∈ [NS].

1. Réaliser une figure.

2. Que peut-on conjecturer sur les points S, L et U ?

3. Appliquer le théorème de Pythagore dans les triangles respectifs LYS et LUX pour calculer les longueurs SL et LU arrondies au dix-millième de centimètre.

4. En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle SUN, calculer la longueur SU. Conclure.