

Exercice 1**Le crible d'Ératosthène**

a. On veut déterminer tous les nombres premiers inférieurs à 100. Pour cela, on utilise un tableau qu'on appelle le crible d'Ératosthène :

Commence par barrer 1

Puis barre tous les multiples de 2 sauf 2 ;

Quel est le premier nombre non barré après 2 ? **3**

Barre tous ses multiples.

Reproduis ce processus en repérant à chaque étape le premier nombre non barré du tableau et en barrant ses multiples.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

b. Dans le tableau précédent tous les nombres qui ne sont pas barrés sont des nombres dits premiers. Donne la liste de tous les nombres premiers strictement inférieurs à 30. Tu dois la connaître par cœur.

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 et 29

Exercice 2**Devinette**

Mon double est compris entre 30 et 40, mon tiers est inférieur à 6. Quel nombre premier suis-je ?

Comme : $30 \div 2 = 15$ et $40 \div 2 = 20$, je suis compris entre 15 et 20.

Seuls 17 et 19 sont possibles.

De plus, comme : $6 \times 3 = 18$, je suis plus petit que 18.

Il ne reste que 17.

Exercice 3**Décomposition**

Pour décomposer un nombre en produit de facteurs premiers, on peut effectuer des divisions successives par les nombres premiers dans l'ordre croissant. On peut représenter ces divisions de la façon suivante en notant dans la colonne de droite les diviseurs successifs et dans celle de gauche les quotients obtenus.

4 680	2	Explications
2 340	2	$4\,680 = 2 \times 2\,340$
1 170	2	$2\,340 = 2 \times 1\,170$
585	3	$1\,170 = 2 \times 585$
195	3	585 n'étant pas divisible par 2, on regarde s'il est divisible par 3...
65	5	
13	13	

Donc : **$4\,680 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 13$**

Ou : **$4\,680 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 13$**

Détermine la décomposition en produit de facteurs premiers de :

$$308 = 2^2 \times 7 \times 11$$

$$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$$

$$1\,470 = 2 \times 3 \times 5 \times 7^2$$

$$3\,780 = 2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$$

$$308 \times 1\,470 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7^3 \times 11$$

Exercice 4**Plus grand diviseur commun**

a. Décompose en produit de facteurs premiers 600 et 220.

$$600 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$220 = 2 \times 2 \times 5 \times 11$$

b. Donne tous les diviseurs communs à 600 et 220

$$2 ; 2 \times 2 = 4 ; 2 \times 5 = 10 ; 2 \times 2 \times 5 = 20.$$

c. Quel est le plus grand de ces diviseurs

communs ? **20**

d. Comment retrouver le résultat de la question c. à partir des décompositions de la question a.

Les facteurs communs aux deux décompositions sont 2 ; 2 et 5 or $20 = 2 \times 2 \times 5$

e. Détermine le plus grand diviseur commun à 1 275 et 5 950.

$$1\,275 = 3 \times 5 \times 5 \times 17 \text{ et } 5\,950 = 2 \times 5 \times 5 \times 7 \times 17$$

$$\text{On a } 5 \times 5 \times 17 = 425$$

Le plus grand diviseur commun à 1 275 et 5 950 est donc 425.