

N3 Arithmétiques

I Rappels : Les critères de divisibilité

Un nombre entier est divisible :

- par 2, si son chiffre des unités est pair,
- par 5, si son chiffre des unités est 0 ou 5,
- par 10, si son chiffre des unités est 0,
- par 3, si la somme de ses chiffres est divisible par 3,
- par 9, si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Ex: 1) 20 est divisible par 2, 5 et 10 car il est pair et se termine par 0.
2) 1071 est divisible par 3 et 9 car $1+0+7+1 = 9$. Et 9 est divisible par 3 et par 9.

II Chercher tous les diviseurs d'un nombre

Méthode : Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre :

1. Je divise ce nombre par 1, 2, 3... si j'obtiens un résultat entier, je garde le diviseur et le quotient, sinon je continue.
2. Je m'arrête lorsque le diviseur devient plus grand que le quotient.

Ex: Trouve tous les diviseurs de 20.

$20 : 1 = 20$ **1** et **20** sont des diviseurs de 20

$20 : 2 = 10$ **2** et **10** sont des diviseurs de 20

$20 : 3 \approx 6,666$ 3 n'est pas un diviseur de 20

$20 : 4 = 5$ **4** et **5** sont des diviseurs de 20

$20 : 5 = 4$ STOP, je m'arrête dans mes recherches, car $5 > 4$.

Si je continue, je vais obtenir à nouveau les diviseurs trouvés.

Ainsi les diviseurs de 20 sont **1, 2, 4, 5, 10 et 20**.

III Nombres premiers

Déf1:

Un nombre est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs qui sont 1 et lui-même.

Voici les 25 nombres premiers inférieurs à 100 :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

Il en existe une infinité.

Rq: Le nombre 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur.

Méthode : Pour trouver si un nombre est premier:

Soit je dresse la liste de ses diviseurs

- ✓ si j'en ai plus que 2 (1 et lui-même), il n'est pas premier,
- ✓ si j'en ai que 2 (1 et lui-même), il est premier.

Soit si je trouve un diviseur évident autre que 1 et lui-même, je peux déterminer qu'il n'est pas premier.

IV Nombres premiers entre eux

Déf2:

On dit que deux nombres sont **premiers entre eux** lorsque leur seul diviseur commun est 1.

Ex:

a) Les diviseurs de 60 sont : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

Les diviseurs de 100 sont : 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100

Les diviseurs communs à 60 et 100 sont : 1, 2, 4, 5, 10, 20.

Ces deux nombres ne sont pas premiers entre eux, ils n'ont pas qu'un seul diviseur commun.

b) Les diviseurs de 20 sont : 1, 2, 4, 5, 10, 20

Les diviseurs de 63 sont : 1, 3, 7, 9, 21, 63

Le seul diviseur commun à 20 et 63 est : 1.

Ces deux nombres sont donc premiers entre eux car ils n'ont que 1 comme diviseur commun.